

Simulado 3

1. Verdadeiro ou falso?

- (a) Se f, g são funções reais, então $\nabla(fg) = (\nabla f)g + f(\nabla g)$.
- (b) $\text{rot}(\text{rot } F) = 0$ para todo campo vetorial $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.
- (c) Se S_1 e S_2 são superfícies orientadas com o mesmo bordo e $F : U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $S_1, S_2 \subset U$ e $\text{div } F = 0$, então os fluxos de F através de S_1 e S_2 são iguais.
- (d) Se F é um campo conservativo, então $\oint_C F \cdot d\gamma = 0$.
- (e) O campo vetorial $F = \vec{r}/|\vec{r}|^3$ não é conservativo porque ele não está definido na origem.

2. Seja $\gamma(t)$ uma curva parametrizada com $\gamma(0) = (1, 2)$ e $\gamma'(0) = (-1, 0)$. Seja $f(x, y) = e^{xy}$. Calcule

$$\left. \frac{d}{dt} f(\gamma(t)) \right|_{t=0}.$$

3. Calcule $\int_C F \cdot d\gamma$, onde C é parametrizada por $\gamma(t) = (t, \sin t, \sin t)$, $0 \leq t \leq \pi$ e

$$F(x, y, z) = (x^2, e^{\sin(y^2)}, \cos(\cos z)).$$

4. Seja R a região $9x^2 + 4y^2 \leq 1$ em \mathbb{R}^2 . Calcule

$$\iint_R (9x^2 + 4y^2) dA.$$

5. Seja $F(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}(x, y, z)$. Calcule a divergência de F e use-a para calcular o fluxo de F através do bordo do sólido $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$.

6. Calcule a área da superfície

$$x = yz \quad y^2 + z^2 \leq 1.$$