

Análise em variedades 2024

Lista 6

Entrega dia 28/10

- 1) Seja (M, ω) uma variedade simplética e seja $f : N \rightarrow M$ uma função suave tal que $f^*\omega$ é uma forma simplética. Prove que f é uma imersão.
- 2) Seja $f : S^2 \setminus \{(0, 0, 1), (0, 0, -1)\} \rightarrow S^1 \times (-1, 1)$ a projeção cilíndrica definida por $f(\sqrt{1-z^2} \cos \theta, \sqrt{1-z^2} \sin \theta, z) = (\theta, z)$. Prove que $f^*(d\theta \wedge dz)$ é a forma de área canônica em S^2 e conclua que a projeção cilíndrica preserva áreas.
- 3) Seja $g : M \rightarrow N$ onde M e N são orientáveis e seja $a \in N$ um valor regular de f . Prove que $g^{-1}(a)$ é uma variedade orientável.
- 4) Seja $f : S^n \rightarrow S^n$ o mapa antípodo: $f(x) = -x$. Prove que f preserva a orientação se, e somente se, n é ímpar. Prove que $\mathbb{R}P^n$ é orientável se, e somente se, n é ímpar.